



UNIVERSITAS PERTAHANAN RI

**PEMODELAN MATEMATIKA DINAMIKA KO-INFEKSI HIV
DAN MALARIA DI INDONESIA**

DIVA HARDIESTYA FANNY 320210302010

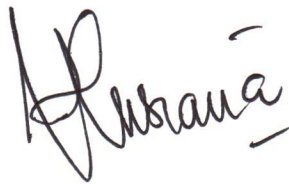
**Skripsi yang Ditulis untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan dalam
Mendapatkan Gelar Sarjana**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM MILITER
PROGRAM STUDI MATEMATIKA
BOGOR 2025**

LEMBAR PERSETUJUAN SKRIPSI

Nama : Diva Hardiestya Fanny
NIM : 320210302010
Program Studi : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Militer
Judul Skripsi : Pemodelan Matematika Dinamika Ko-Infeksi
HIV dan Malaria di Indonesia

Dosen Pembimbing I,



Vina Lusiana, S.Pd., M.Si.
PPPK
NIP. 198301302024212005
Tanggal:.....7 Juli 2025.....

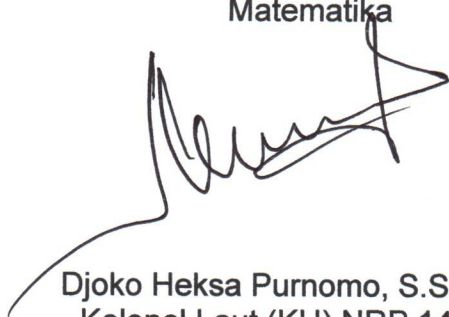
Dosen Pembimbing II,



Muhammad Syazali, S.Si., M.Si.
Penata III/c
NIP. 198611212022031001
Tanggal:.....7 Juli 2025.....

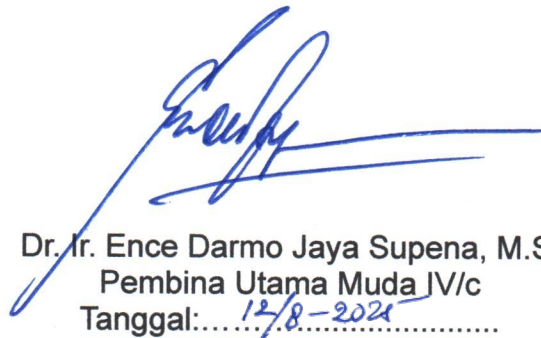
Mengetahui,

Kepala Program Studi
Matematika



Djoko Heksa Purnomo, S.Si., M.Si.
Kolonel Laut (KH) NRP.14628/P
Tanggal:.....17 Juli 2025.....

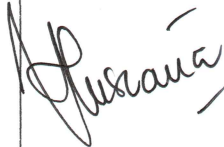
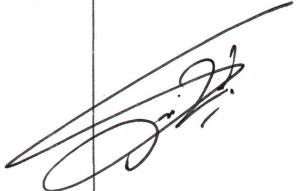
Dekan
Fakultas MIPA Militer



Dr. Ir. Ence Darmo Jaya Supena, M.Si
Pembina Utama Muda IV/c
Tanggal:.....12/8-2025.....

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

Nama : Diva Hardiestya Fanny
NIM : 320210302010
Program Studi : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Militer
Judul Skripsi : Pemodelan Matematika Dinamika Ko-Infeksi HIV dan
Malaria di Indonesia

No	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
1	Dosen Pembimbing I: Vina Lusiana, S.Pd., M.Si. PPPK NIP.198301302024212005		7/7-25
2	Dosen Pembimbing II: Muhammad Syazali, S.Si., M.Si. Penata III/c NIP.198611212022031001		7/7-25
3	Dosen Penguji I: Achmad Abdurrazzaq, Ph.D. Penda Tk.I III/b NIP.199304032022031003		7/7-25
4	Dosen Penguji II: Diah Prastiwi, M.Si. PPPK NIP.198710122024212008		7/7-25

PERNYATAAN ORISINALITAS

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam sripsi ini tidak terdapat karya atau bagian karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan jenjang apapun di suatu Perguruan Tinggi; dan sepanjang sepengetahuan saya juga tidak terdapat istilah, frasa, kalimat, paragraf, subbab, atau bab dari karya yang pernah ditulis atau diterbitkan; kecuali yang secara tertulis diajukan dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Referensi.

Apabila di kemudian hari terbukti bahwa terdapat plagiat dalam skripsi ini, saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan/undang undang yang berlaku.

Bogor, 27 Mei 2025



Diva Hardiestya Fanny

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademik Universitas Pertahanan Republik Indonesia, saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Diva Hardiestya Fanny
NIM : 320210302010
Program Studi : Sarjana Matematika
Fakultas : FMIPA Militer
Jenis Karya : Skripsi

demikian pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Pertahanan Republik Indonesia **Hak Bebas Royalti Noneksklusif (Non-exclusive Royalty-Free Right)** atas karya ilmiah saya yang berjudul:

Pemodelan Matematika Dinamika Ko-Infeksi HIV dan Malaria di Indonesia

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Noneksklusif ini Universitas Pertahanan Republik Indonesia berhak menyimpan, mengalihmedia/formatkan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (database), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya

Dibuat di : Bogor
Tanggal : 27 Mei 2025



Divia Hardiestya Fanny

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis ucapkan kehadirat Allah Swt., karena berkat rahmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi dengan judul “Pemodelan Matematika Dinamika Ko- Infeksi HIV dan Malaria di Indonesia” tepat pada waktunya. Penyusunan skripsi ini ditujukan sebagai salah satu syarat dalam memperoleh gelar sarjana pada Program Studi Matematika Militer Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Militer Universitas Pertahanan RI. Penyusunan skripsi ini dapat diselesaikan berkat dukungan dan bantuan dari berbagai pihak baik secara langsung maupun tidak langsung. Untuk itu, pada kesempatan ini Kadet Mahasiswa mengucapkan terima kasih kepada:

1. Kolonel Laut (KH) Djoko Heksa, S. Si., M. Si. selaku Kepala Program Studi dan yang telah memberikan bimbingan dan arahan serta kesempatan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan pendidikan.
2. Ibu Vina Lusiana, S. Pd., M.Si., selaku Dosen Pembimbing I, yang dengan tulus telah meluangkan banyak waktunya untuk memberikan mengarahkan membimbing, serta memotivasi penulis selama menyusun skripsi ini.
3. Bapak Muhammad Syazali, M.Si., selaku Dosen Pembimbing II, yang telah memberikan masukan, saran, dan bimbingan dalam menyempurnakan skripsi ini.
4. Seluruh dosen dan staf Prodi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Militer selaku pendidik dan pembimbing sehingga penulis mendapatkan ilmu pengetahuan yang bermanfaat.
5. Keluarga penulis, selaku pihak yang senantiasa memberikan dukungan moril dan spiritual, serta menjadi sumber penyemangat dalam menyelesaikan skripsi ini.
6. Rekan Prodi Matematika dan rekan seperjuangan saya Agnes Glory dan Sadiyana Yaqutna Naqiya, yang selalu bersama saat suka maupun

duka dalam usaha belajar, memahami tentang metode dalam penyusunan skripsi hingga akhir.

7. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam penyelesaian skripsi ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu oleh penulis.

Semoga Allah Swt. membalas kebaikan-kebaikan berbagai pihak atas bantuannya. Saya menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, untuk itu dengan segala kerendahan hati mengharapkan kritik dan saran yang konstruktif demi kesempurnaan skripsi ini.

Akhir kata, semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat terhadap pengembangan ilmu pertahanan dan bermanfaat bagi seluruh pemangku kepentingan terkait dalam upaya mewujudkan ketahanan kesehatan,

Bogor, 7 Juli 2025

Diva Hardiestya Fanny

ABSTRAK

Pemodelan Matematika Dinamika Ko-Infeksi HIV dan Malaria di Indonesia

Ko-infeksi HIV dan malaria merupakan masalah kesehatan yang signifikan di Indonesia, khususnya di wilayah endemik malaria seperti Papua. Kedua penyakit ini saling berinteraksi dan memperburuk kondisi kesehatan masyarakat, sehingga diperlukan pemahaman yang mendalam mengenai dinamika penyebarannya. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis model matematika penyebaran ko-infeksi HIV dan malaria di Indonesia dengan mempertimbangkan populasi manusia dan vektor nyamuk. Model yang digunakan merupakan pengembangan model SEIR dengan tambahan kompartemen untuk vektor nyamuk SEI, yang menggambarkan interaksi antara HIV dan malaria serta peran nyamuk sebagai pembawa malaria. Analisis model dilakukan dengan menentukan titik-titik setimbang, dalam pemodelan matematika epidemiologi titik setimbang adalah kondisi di mana jumlah populasi dalam setiap kelompok tidak berubah seiring waktu, menandakan keadaan sistem yang stabil diaman dalam pemodelan ini di dapatkan tiga titik setimbang yaitu titik setimbang bebas penyakit (non endemik), titik setimbang endemik malaria, dan titik setimbang endemik ko-infeksi HIV dan malaria. Nilai bilangan reproduksi dasar (R_0) dihitung menggunakan metode *Next Generation Matrix* (NGM) untuk menilai potensi penyebaran penyakit. Hasil analisis kestabilan menunjukkan bahwa sistem berada dalam keadaan stabil ketika $R_0 < 1$ dan penyakit akan menjadi endemik apabila $R_0 > 1$. Simulasi numerik memperlihatkan bahwa laju transmisi malaria berpengaruh signifikan terhadap jumlah populasi yang mengalami ko-infeksi HIV dan malaria, sementara laju transmisi HIV tidak memberikan pengaruh yang signifikan terhadap ko-infeksi.

Kata Kunci: HIV, malaria, ko-infeksi, model matematika, bilangan reproduksi dasar

ABSTRACT

Mathematical Modeling of the Dynamics of HIV and Malaria Co-Infection in Indonesia

HIV and malaria co-infection is a significant health issue in Indonesia, especially in malaria-endemic regions such as Papua. These two diseases interact and worsen public health conditions, thus requiring a thorough understanding of their transmission dynamics. This study aims to analyze a mathematical model of HIV and malaria co-infection spread in Indonesia by considering both the human population and mosquito vectors. The model used is an extension of the SEIR model with an additional SEI compartment for mosquito vectors, representing the interaction between HIV and malaria and the role of mosquitoes as malaria carriers. Model analysis is conducted by determining equilibrium points; in epidemiological mathematical modeling, an equilibrium point is a condition where the population in each group remains constant over time, indicating a stable system state. This model identifies three equilibrium points: disease-free equilibrium (non-endemic), malaria-endemic equilibrium, and HIV-malaria co-infection endemic equilibrium. The basic reproduction number (R_0) is calculated using the Next Generation Matrix (NGM) method to assess the potential for disease spread. Stability analysis shows that the system is stable when $R_0 < 1$ and that the disease becomes endemic when $R_0 > 1$. Numerical simulations indicate that the malaria transmission rate significantly affects the number of individuals co-infected with HIV and malaria, while the HIV transmission rate does not significantly impact co-infection.

Keywords HIV, malaria, co-infection, mathematical model, basic reproduction number, equilibrium point

DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN SKRIPSI	ii
LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI	iii
PERNYATAAN ORISINALITAS	iv
LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI	v
KATA PENGANTAR	vi
ABSTRAK	viii
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR BAGAN	xii
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR SINGKATAN	xv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian	4
1.4 Pembatasan Masalah	4
1.5 Manfaat Penelitian	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Landasan Teori	6
2.1.1 HIV	6
2.1.2 Malaria	7
2.1.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	8
2.1.4 Persamaan Diferensial	9
2.1.5 Titik Ekuilibrium	10
2.1.6 Stabilitas Titik Ekuilibrium	10
2.1.7 Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)	12
2.1.8 Model Matematika	14
2.2 Penelitian Terdahulu	16
2.3 Kerangka Pemikiran	19

BAB III METODOLOGI PENELITIAN	21
3.1 Metode dan Desain	21
3.2 Tempat dan Waktu Penelitian	21
3.3 Alat dan Bahan	22
3.4 Variabel Penelitian	24
3.5 Prosedur Penelitian	25
3.6 Metode Analisis	27
BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN	30
4.1 Analisis Model Matematika Dinamika Ko-Infeksi HIV Malaria	30
4.2 Analisis Titik Keseimbangan pada Model Ko-Infeksi	38
4.3 Analisis Kestabilan DFE	42
4.4 Analisis Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)	43
4.5 Simulasi Numerik dan Interpretasi Model	47
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	53
5.1 Kesimpulan	53
5.2 Saran	54
DAFTAR PUSTAKA	55

DAFTAR BAGAN

Bagan 2. 1 Kerangka Pemikiran	19
Bagan 3. 1 Flowchart Penelitian Sumber: diolah oleh Peneliti	26



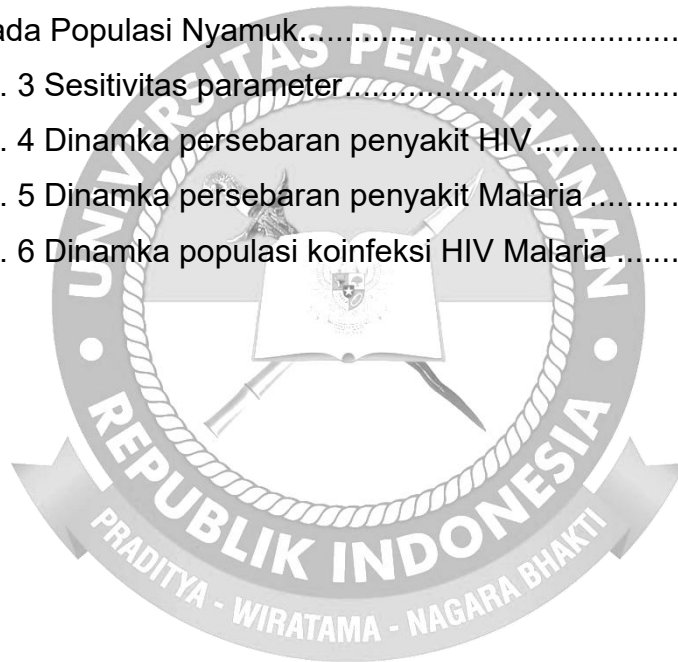
DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1 Penelitian – penelitian terdahulu.....	16
Tabel 3. 1 Jadwal Penelitian	22
Tabel 3. 2 Spesifikasi Minimum Komputer	23
Tabel 3. 3 Daftar Variabel.....	24
Tabel 3. 4 Daftar Parameter	24
Tabel 4. 1 Nilai Parameter.....	47



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Penularan HIV.....	6
Gambar 2. 2 Penularan malaria	7
Gambar 4. 1 Diagram Transmisi Model Matematika Penyebaran Penyakit Koinfeksi HIV dan Malaria pada Populasi Manusia	33
Gambar 4. 2 Diagram Transmisi Model Matematika Penyebaran Penyakit Malaria pada Populasi Nyamuk.....	33
Gambar 4. 3 Sensitive parameter.....	46
Gambar 4. 4 Dinamika persebaran penyakit HIV.....	49
Gambar 4. 5 Dinamika persebaran penyakit Malaria	50
Gambar 4. 6 Dinamika populasi koinfeksi HIV Malaria	51



DAFTAR SINGKATAN

AIDS	: Acquired Immunodeficiency Syndrome
HIV	: Human Immunodeficiency Virus
NGM	: Next Generation Matrix

